

গণিত আকাশের উজ্জ্বলতম তারকা  
“অয়লার”

--শ্রী মাখন গোস্বামী  
সহ শিক্ষক, বি.বি.আই  
ধর্মনগর, উত্তর ত্রিপুরা

1707 খ্রীষ্টাব্দের 15ই এপ্রিল তারিখে জার্মানীর কলে শহরে জন্ম গ্রহণ করেছিলেন এমনই এক ব্যক্তিত্ব যিনি গণিতের এমন কোন শাখা নেই যেখানে বিচরন করেননি। উনার নাম লিওনার্ড অয়লার। তাঁর পিতার নাম পল অয়লার এবং মাতার নাম মার্গারেট। তিনি সুইজারল্যান্ডের ব্যাসেল বিশ্ববিদ্যালয়ে তেরো বছর বয়সে ধর্মতত্ত্ব বিষয়ে শিক্ষা লাভ করার জন্য ভর্তি হয়ে অবশেষে ইউরোপের বিখ্যাত গণিতজ্ঞ জন বানৌশির সান্নিধ্যে আসেন। অতি শীঘ্রই তিনি উনার পুত্রদ্বয় নিকোলাস ও ডেনিয়েলের ঘনিষ্ঠ বন্ধু হয়ে ওঠেন। কালক্রমে তিনি ধর্মতত্ত্ব বাদ দিয়ে গণিত চর্চায় পুরোপুরি মনোনিবেশ করেন। তিনি 1723 সালে মাত্র ষোল বছর বয়সে ব্যাসেল বিশ্ববিদ্যালয় থেকে গণিতে স্নাতকোত্তর ডিগ্রী লাভ করেন। সপ্তদশ শতাব্দীকে শৌখিন গাণিতজ্ঞদের সময় বলা হয় আর অষ্টাদশ শতাব্দীকে বলা হয় প্রায় পেশাদার গণিতজ্ঞদের যুগ। এখানে পেশাদার অর্থে বিশ্ববিদ্যালয়ে অধ্যাপনার কাজ এবং বিজ্ঞান বিষয়ক ভবনের সাথে যুক্ত বিশিষ্ট গুনিজনদের বোঝায়।

অয়লার বিভিন্ন সময়ে দুটি নব গঠিত একাডেমীর সাথে যুক্ত ছিলেন, এদের একটি সেন্ট পিটার্সবার্গের ইম্পিরিয়েল একাডেমী (1727-1741, 1766-1783) এবং অন্যটি হল বার্লিনের রয়েল একাডেমী (1741-1766)। সেন্ট পিটার্সবার্গের তিনি বিশিষ্ট পণ্ডিত ব্যক্তিত্ব এবং গণিতের অধ্যাপক ক্রিটি গোল্ডবার্কে (1690-1764)

সান্নিধ্যে আসেন। তিনি পরবর্তী সময়ে তৎকালীন রাশিয়ার বিদেশ মন্ত্রীও হয়েছিলেন। সম্ভবতঃ গোল্ডবার্কই একমাত্র ব্যক্তি যিনি ফার্মার সংখ্যাতত্ত্বের কাজের প্রতি অয়লারের দৃষ্টি আকর্ষণ করান। অয়লার রাশিয়ার রাজনৈতিক উৎপীড়নে ক্লান্তি বোধ করেন এবং 1741 সালে ফ্রেডারিক দ্য গ্রেট এর ডাকে সাড়া দিয়ে বার্লিন একাডেমীতে সদস্যপদ গ্রহণ করে বার্লিনে চলে যান। সেখানে তিনি 1766 সাল অবধি ছিলেন। 1766 সালে ফ্রেডারিক ও তাঁর পার্শ্বদদের ব্যবহারে অসন্তুষ্ট হয়ে আবার পূর্বস্থানে ফিরে যান এবং জীবনের বাকী সময় তিনি সেখানেই কাটান। আসার অল্পকাল পরেই প্রায় 62 বছর বয়সে তিনি সম্পূর্ণরূপে অন্ধ হয়ে যান। অন্ধত্ব তাঁর কাজের কোন বাধা সৃষ্টি করতে পারেনি, এমন কী দৃষ্টি শক্তি হারানোর পর তাঁর কাজের গতি উত্তরোত্তর বৃদ্ধি পায়।

নিঃসন্দেহে তিনি ছিলেন সমগ্র গণিত ইতিহাসের সর্বকালের সর্বশ্রেষ্ঠ গণিতজ্ঞ। তিনি তাঁর জীবদ্দশায় 700-এর বেশী বই ও গবেষণা পত্র রচনা করেন। এত বেশী পরিমাণ অপ্রকাশিত বিষয়বস্তু তিনি রেখে গেছেন যে তাঁর মৃত্যুর 47 বছর পরেও সেন্ট পিটার্সবার্গ একাডেমী এর ছাপানো শেষ করে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে পারেনি। 1783

সালের 7ই সেপ্টেম্বর তারিখে প্রায় 76 বছর বয়সে তিনি সন্ধ্যাস রোগে আক্রান্ত হয়ে পরলোক গমন করেন।

অয়লার তখনকার সময়ের গণিতের প্রায় সব শাখা পর্যালোচনা ও বিশ্লেষণ করে অনেক অসঙ্গতি দূর করেন। এবং অপ্রমাণিত তত্ত্বের প্রমাণ করে সমগ্র বিষয়কে একটি সুসংবদ্ধ রূপ প্রদান করেন। এটা গণিতশাস্ত্রের সৌভাগ্য যে এরূপ কাজ অয়লারের মত একজন উপযুক্ত ও সুদক্ষ ব্যক্তির হাতে পড়েছিল। তিনি গণিতশাস্ত্রের প্রায় সকল শাখায় অবাধ বিচরণ করেছেন এবং নিজের পর্যবেক্ষণজনিত অনেক ফলাফলের বিবরণ প্রকাশ করেছেন।

এবারে অয়লারের আবিষ্কৃত কয়েকটি চিত্তাকর্ষক গাণিতিক তত্ত্বের নমুনা উল্লেখ করছি। কোন ত্রিভুজের লম্ববিন্দু, ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র এদের পর্যবেক্ষণ করে দেখান যে এই তিনটি বিন্দু সমরেখ এবং লম্ববিন্দু ও পরিকেন্দ্র সংযোজক রেখাংশকে ভরকেন্দ্র সমত্রিখন্ডিত করে। এই রেখাকে অয়লার রেখা বলা হয়। যোগের জন্য (Summation)  $\sum$  চিহ্নটি এবং  $\sqrt{-1}=i$  চিহ্নটি, অপেক্ষককে  $f$  দিয়ে প্রকাশ অয়লার প্রবর্তন করেন।  $1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  অসীম পর্যন্ত শ্রেণীকে সূচক শ্রেণী বলা হয়। এর সমষ্টি একটি অসীম সংখ্যা যাকে  $e$  দিয়ে প্রকাশ করা হয় ( $2 < e < 3$ )। নেপিয়ার লগারিদমের নিধান হিসেবে  $e$  কে ধরা হয়। অয়লার প্রমাণ করেন যে

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

সূত্রটিকে অয়লার উপপাদ্য বলা হয়। অবকলন বিদ্যায় অয়লারের একটি বিখ্যাত উপপাদ্য, যেকোন সমমাত্রিক অপেক্ষক  $f(x,y,z)$  এর ক্ষেত্রে

$$x \frac{df}{dx} + y \frac{df}{dy} + z \frac{df}{dz} = nf$$

যেখানে  $n$  হল  $f$  এর মাত্রা। অয়লার প্রবর্তিত সূত্র কোন কোন ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়। দৃঢ় বস্তুর চলনকে তিনি দেখিয়েছেন যে এটি একটি বিশুদ্ধ চলন এবং একটি ঘূর্ণনের সমতুল্য। উদগতি বিদ্যায় অয়লার প্রবর্তিত সাতত্যা এবং গতির সমীকরণ বিশেষভাবে উল্লেখের দাবী রাখে।

অষ্টাদশ শতাব্দীর শুরুতে পূর্ব এশিয়ার কনিগসবার্গ শহরে অবস্থিত দুটি দ্বীপ এবং সাতটি সেতু। এই নিয়ে জনগণের মনে একটি সমস্যার উদ্বেগ হয়। কোন ব্যক্তির পক্ষে ঐ শহরের যে কোন জায়গা থেকে শুরু করে প্রত্যেক সেতু কেবল একবার অতিক্রম করে পুনরায় শুরুর স্থানে ফিরে আসা কি সম্ভব হবে? শহরবাসীরা প্রশ্নটি অয়লারের নিকট পাঠান। 1736 সালে তিনি প্রমাণ করেন যে এটি অসম্ভব। এই সমস্যার সমাধান থেকে লেখতত্ত্বের (Graph Theory) সৃষ্টি হয়। উনাকে লেখতত্ত্বের জনক বলা হয়। উনার আবিষ্কৃত লেখতত্ত্বের সম্পর্কিত বিখ্যাত সূত্রটি এইরূপ যে কোন সংযুক্ত চিত্রের (Connected-graph) ক্ষেত্রে  $V-E+R=2$  হবে যেখানে  $V$ -Vertex,  $E$ -Edge এবং  $R$ -অঞ্চল এদের সংখ্যা বোঝায়। ইউক্লিডের একটি উপপাদ্য হল একটি যুগ্ম সংখ্যা সম্পূর্ণ হবে (Perfect) যদি একে  $2^{p-1}(2^p-1)$  আকারে প্রকাশ করা যায় যেখানে  $P$  ও  $2^p$  উভয়ই মৌলিক সংখ্যা। অয়লার এই উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য প্রমাণ করেন। Fermat (1601-1665) অনুমান করেছিলেন যে  $n$  এর যে কোন পূর্ণমানের জন্য  $F_n$  সংখ্যাটি মৌলিক হবে যেখানে,  $F_n = 2^{2^n} + 1$  কিন্তু অয়লার 1732 সালে দেখান  $F_5$  সংখ্যাটি যৌগিক।  $F_5 = 2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 = 641 \times 6700417$  অয়লার প্রথমেই বিশেষ ভাবে দেখান যে একটি অসীম শ্রেণীকে নিরাপদে প্রয়োগ করা যাবে না সেটি অভিসারী হয়। তিনি দেখান যে

$$\text{Lt} (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}) - \log n = 0.5772157 \dots$$

একে অয়লার ধ্রুবক আখ্যা দেওয়া হয়।

এইভাবে গণিতের বহু তত্ত্ব প্রত্যক্ষ বা পরোক্ষ ভাবে অয়লারের আবিষ্কারের নিকট ঋণী। আন্তর্জাতিক গণিত বর্ষ 2012 সালে সর্বকালের গণিত সাধক অয়লারের প্রতি রইল আমার সশ্রদ্ধ প্রণাম।